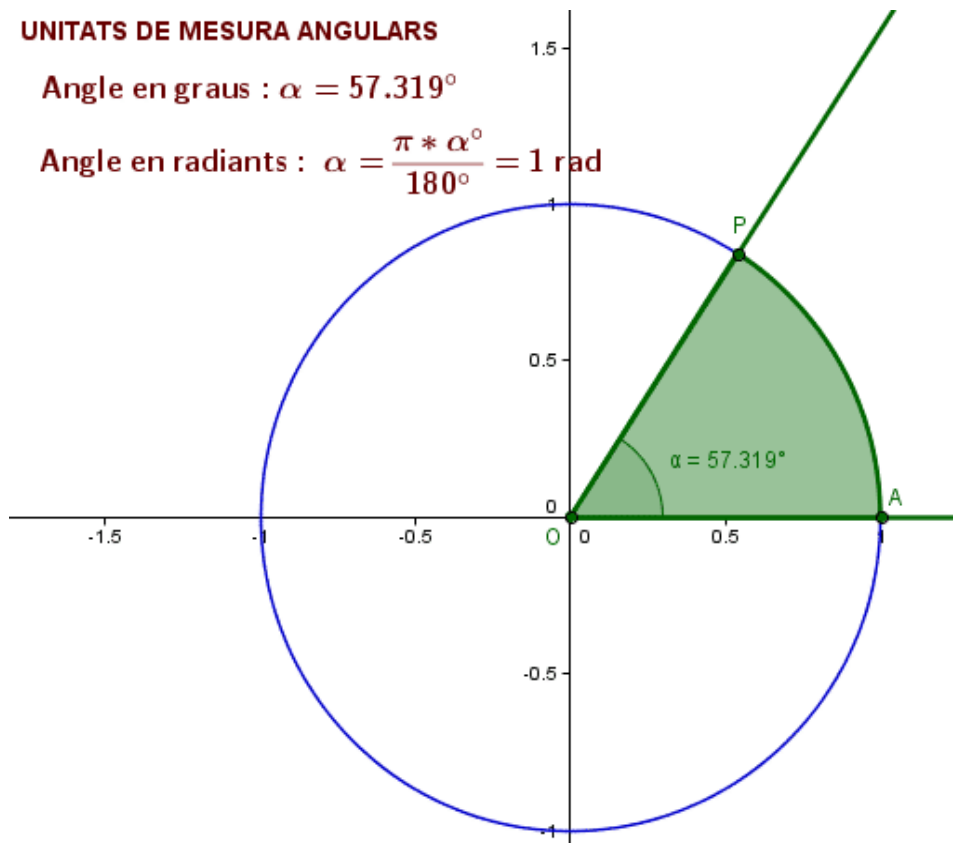


LES MESURES DELS ANGLES: ELS RADIANTS

Usualment hem utilitzat els **graus sexagèssimals** per mesurar els angles:

angle nul: 0° , angle recte: 90° , angle pla: 180° , tres rectes: 270° , volta completa: 360°

La mesura científica més emprada és **el radià**



1 radià és un angle que abraça un arc d'igual longitud que el radi que hem utilitzat per traçar-lo

Per **mesurar un angle en radiants** hauríem de dividir la longitud de l'arc per la longitud del radi. Però a la pràctica utilitzarem les equivalències i els corresponents factors de conversió.

Equivalències graus-radiants:

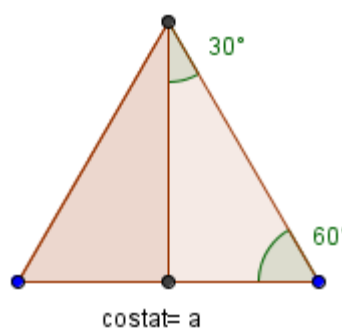
Un angle de 360° compren un arc de longitud $2\pi R$, que dividit per R dóna de resultat 2π radiants. Així doncs **180° equivalen a π radiants** i aquesta equivalència s'utilitzarà per construir els factors de conversió:

Per passar de graus a radiants: factor de conversió $\frac{\pi}{180}$
Per passar de radiants a graus: factor de conversió $\frac{180}{\pi}$

Expressa els següents angles en radiants, de manera exacte: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° . Per sexemple: $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$.

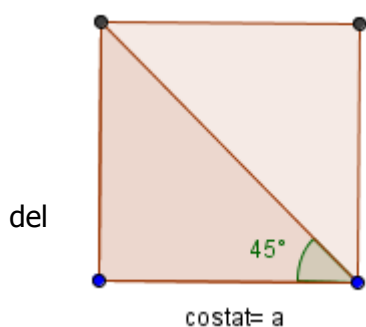
0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
0 rad							$2\pi \text{ rad}$

Raons trigonomètriques exactes dels angles de 30° , 45° i 60°



Dibuixant un triangle equilàter i la seva altura obtenim un triangle rectangle (en realitat dos) que té els angles aguts de 30° i 60° respectivament.

Suposant que el costat d'aquest triangle equilàter mesura 2 cm, calcula les longituds dels costats del triangle rectangle i aplica les definicions per obtenir els valors exactes del sinus, el cosinus i la tangent de 30° i de 60° .



Dibuixant un quadrat i la seva diagonal obtenim dos triangles rectangles equilàters amb els angles aguts de 45° .

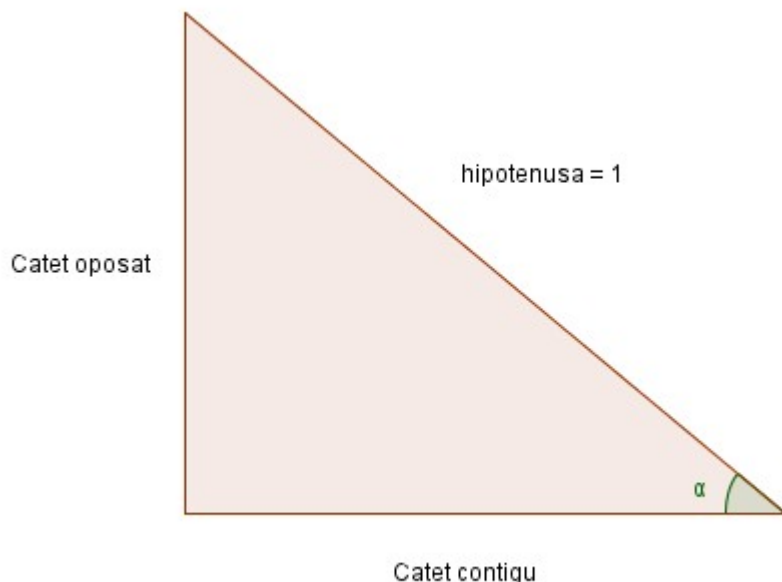
Suposant que el costat del quadrat mesura 1 cm, calcula les longituds dels costats del triangle rectangle i calcula el valor exacte del sinus, el cosinus i la tangent de 45° .

	30°	45°	60°
Sinus			
Cosinus			
Tangent			

Relacions entre les raons trigonomètriques

El sinus d'un angle i el cosinus d'un mateix angle estan relacionats, sabent un podem calcular l'altre. Quina és la relació que guarden?

Imaginem un triangle rectangle amb l'angle agut α i la hipotenusa igual a 1m aleshores la longitud dels catets oposat i contigu mesuren exactament igual al sinus i al cosinus d'aquest angle (raona perquè). Aplica el teorema de Pitàgores i tindràs la relació buscada:



$$\sin(\alpha) = \frac{co}{h} = \frac{co}{1} = co$$

$$\cos(\alpha) = \frac{cc}{h} = \frac{cc}{1} = cc$$

El teorema de Pitàgores sabem que hi ha la relació:

$$co^2 + cc^2 = h^2$$

i substituint co per $\sin(\alpha)$

cc per $\cos(\alpha)$ i h per 1 obtenim la relació fonamental de la trigonometria:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

De la definició de tangent obtenim: $\tan(\alpha) = \frac{co}{cc} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, la segona relació entre raons trigonomètriques.

Exercici 1: Sabent que el sinus d'un angle val 0,3451 calculeu el seu cosinus i la seva tangent sense fer ús de les tecles de trigonometria de la calculadora (heu de fer ús de les relacions entre raons).

Exercici 2: Sabent que la tangent d'un angle val 2,4561 calculeu el seu sinus i el seu cosinus sense fer ús de les tecles de trigonometria de la calculadora (heu de fer ús de les relacions entre raons).