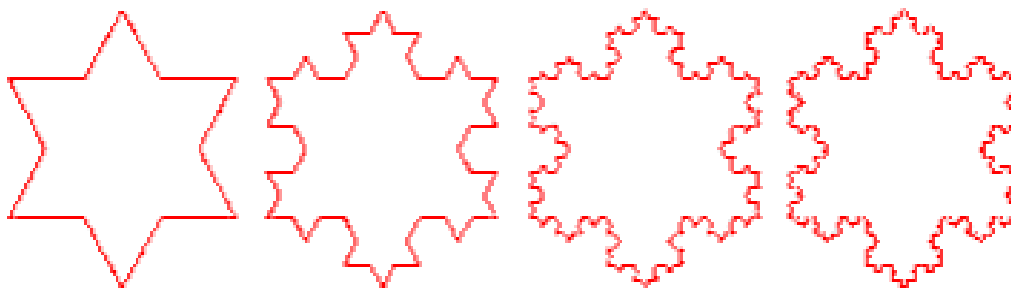


# El floc de neu de Koch



L'objectiu d'aquesta activitat és conèixer un objecte geomètric fractal: el floc de neu de Koch, entendre la construcció de l'objecte per iteracions successives, veure una propietat inesperada del seu perímetre, calcular el valor de la seva àrea i classificar la successió de perímetres i la successió d'àrees.

## Comenceu dibuixant una mica:

Primer heu de **fer el dibuix** utilitzant el paper triangulat, tot seguint les següents instruccions (llegiu totes les instruccions abans de començar). Utilitzeu llapis per poder esborrar.

### 1- Primer pas.

Comenceu dibuixant un triangle equilàter de 9 unitats de costat (un triangle també és un polígon, oi?).

### 2- Segon pas.

El dibuix del polígon següent en forma d'estrella:

- Dividiu un dels costats del polígon en tres parts iguals i esborreu la part del mig.
- Substituïu la part esborrada per dos segments d'igual longitud que el que heu esborrat, formant un angle a la part exterior del polígon.
- Repetiu a) i b) sobre cada un dels costats del polígon.

### 3- Repetiu el segon pas una i altra vegada.

Si repetiu el punt 2 "infinites" vegades, tindreu el fractal anomenat "floc de neu de Koch".

Com que no ho podeu repetir infinites vegades, el vostre dibuix serà només una "aproximació" al fractal de Koch. A cada repetició teniu una aproximació més propera a la figura "ideal".

A Internet podeu trobar aplicacions que us dibuixen unes quantes iteracions, com aquesta:

<http://math.rice.edu/~lanius/frac/koch/koch.html>

## **Investigueu el PERÍMETRE del floc de neu de Koch:**

El perímetre és una característica molt interessant del floc de neu de Koch. Normalment en augmentar el perímetre d'una figura geomètrica també augmenta la seva àrea. Si teniu un quadrat amb un perímetre gran, la seva àrea també és gran. Però espereu a veure què passa aquí!

**Primera qüestió:** Si el perímetre del triangle equilàter inicial és de 27 unitats, quin és el perímetre de les tres figures successives?

**Segona qüestió:** Veieu alguna pauta en la variació dels perímetres?

El perímetre de cada figura és \_\_\_\_ vegades el perímetre de la figura anterior. Perquè?

**Tercera qüestió :** Si el perímetre del triangle inicial és de 27 unitats, quantes iteracions calen per obtenir un perímetre de 100 unitats? (O tan proper a 100 com sigui possible).

**Quarta qüestió:** Quantes iteracions falten per obtenir un perímetre de 1000 unitats? (O tan proper a 1000 com sigui possible).

**Cinquena qüestió: Per reflexionar.** Imagineu que repetiu el procés moltes i moltes vegades . El perímetre no para de créixer! Però també creix l'àrea? El perímetre pot ser tan gran com vulguem? L'àrea també pot ser tan gran com vulguem?

A l'apartat següent estudiareu l'àrea de les successives aproximacions al floc de neu de Koch.

## Investigueu l'ÀREA del floc de neu de Koch

Heu vist a l'apartat anterior que el perímetre del floc de neu és més gran a cada iteració i que de fet, podeu trobar aproximacions amb perímetre tan gran com vulgueu. Però què passa amb l'àrea? Imagineu que dibuixeu un cercle que contingui la figura inicial. No importa quan gran sigui el perímetre, l'àrea de la figura es manté dintre del cercle. Podeu deduir d'això que en el floc de neu de Koch un perímetre infinit tanca una àrea finita. No és fascinant? Podeu calcular l'àrea de la figura de Koch?

Amb els dibuixos que heu fet en el paper triangulat, investigueu com va creixent l'àrea a cada iteració. Recordeu el procediment seguit per passar d'una figura a la següent. **Per estudiar la variació de l'àrea podem fer servir el triangle de la graella com unitat de superfície.**

Observeu que cada triangle afegit ocupa una fracció de superfície del triangle anterior. Quina és aquesta fracció?

Ompliu la següent taula (podeu utilitzar un full de càlcul, si teniu accés a un ordinador):

Iteració	Àrea de cada triangle afegit	Número de triangles afegits	Àrea total afegida	Àrea total de la figura
Triangle inicial				
Iteració 1				
Iteració 2				
Iteració 3				
Iteració 4				
Iteració 5				
Iteració 6				
Iteració 7				
Iteració 8				

Observeu pautes: com va variant l'àrea dels triangles afegits? Com va variant el número de triangles afegits? Què passa amb l'àrea total?

Un cop heu vist quines són les pautes, entreu les fórmules en el full de càlcul i ompliu automàticament el nombre d'iteracions fins a tenir-ne unes quantes. Què observeu que passa amb el valor de l'àrea total?

També va augmentant, com el perímetre, però... es farà tan gran com vulguem? Per què?

Algunes de les successions numèriques d'aquesta activitat són progressions. Quines? De quin tipus de progressions es tracta?

### Conclusions:

Expliqueu allò que creieu que heu descobert, allò que heu après, allò que us ha sorprès, allò que no us ha agradat...

Aquesta activitat és una traducció adaptada de la lliçó del floc de neu de Koch, de la unitat didàctica sobre fractals de **Cynthia Lanus** que podeu trobar en aquesta adreça web: <http://math.rice.edu/%7Elanus/frac/>

